



Вища математика. Частина 3.

Числові і функціональні ряди. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли

Робоча програма навчальної дисципліни (силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	14 Електрична інженерія
Спеціальність	142 Енергетичне машинобудування
Освітня програма	Інженерія і комп'ютерні технології теплоенергетичних систем
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	II курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	4,5 кредитів ЕКТС, 135 год. Лекційних занять: 27 год. Практичних занять: 27 год. Самостійна робота студентів: 81 год.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/ Модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://roz.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Дудкин Микола Євгенович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, д.ф.-м.н. dudkin@imath.kiev.ua Практичні: Веригіна Інга Вячеславівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, veryginainga@gmail.com
Розміщення курсу	Google classroom, https://www.library.kpi.ua/

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Навчальна дисципліна «Вища математика» дає можливість отримати ґрунтовну підготовку з математики для подальшого використання математичного апарату при розв'язуванні практичних, прикладних і наукових завдань, формувати у студентів здатність застосовувати базові знання в області фундаментальної математики, розв'язувати математичні задачі шляхом створення відповідних застосувань.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 8. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 9. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

Фахові компетентності (ФК)

ФК 2. Здатність застосовувати свої знання і розуміння для визначення, формулювання і вирішення інженерних завдань з використанням методів електричної інженерії.

ФК 10. Здатність забезпечувати моделювання об'єктів і процесів з використанням стандартних і спеціальних пакетів програм та засобів автоматизації інженерних розрахунків, проводити експерименти за заданими методиками з обробкою й аналізом результатів.

ФК 11. Здатність використовувати стандартні методики планування експериментальних досліджень, здійснювати обробку та узагальнення результатів експерименту.

ФК 14. Здатність виконувати роботи з розрахунку й проектування об'єктів і систем у області енергомашинобудування відповідно до технічних завдань з використанням сучасних CAD/CAM/CAE систем.

Програмні результати навчання (ПРН)

ПРН 1. Знання і розуміння математики на рівні, необхідному для досягнення результатів освітньої програми.

ПРН 3. Розуміння широкого міждисциплінарного контексту спеціальності 142 Енергетичне машинобудування.

ПРН 4. Застосовувати інженерні технології, процеси, системи і обладнання відповідно до спеціальності 142 Енергетичне машинобудування; обирати і застосовувати придатні типові аналітичні, розрахункові та експериментальні методи; правильно інтерпретувати результати таких досліджень.

ПРН 21. Аналізувати розвиток науки і техніки.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: «Вища математика. Частина 2. Лінійна алгебра. Диференціальне числення».

Постреквізити: «Спеціальні розділи вищої математики».

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 7. Числові і функціональні ряди. Інтеграл і перетворення Фур'є

Тема 7.1. Числові ряди

Тема 7.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди

Тема 7.3. Ряди Фур'є

Тема 7.4. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є

Розділ 8. Кратні інтеграли

Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування

Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування

Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли

Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування

Розділ 10. Спеціальні глави вищої математики

Тема 10.1. Елементи теорії поля

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література:

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: - Навчальний посібник - К.: А.С.К., 2001.
2. [Кратні інтеграли \[Електронний ресурс\]](#) : практикум з вищої математики для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: І. В. Веригіна, Є. В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,49 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 72 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/31901>
3. [Кратні інтеграли. Частина I \[Електронний ресурс\]](#) : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. Є. В. Массалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,19 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 45 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32161>
4. [Кратні інтеграли. Частина II \[Електронний ресурс\]](#) : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. Є. В. Массалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,03 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 44 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32163>
5. [Вища математика: Криволінійні інтеграли. Елементи теорії поля: Практикум \[Електронний ресурс\]](#) : навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Є.В. Массалітіна, О.О. Кільчинський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,909 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 36 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/39959>

Додаткова література:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. - М., Наука, 1981.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов. Том II. - М. Наука, 1972, 1978.
3. Сборник задач по математике (для ВТУЗов). Специальные разделы математического анализа. Под редакцией Ефимова А.В., Демидовича Б.П. - М. Наука, 1981, 1986.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М. Наука, 1969, 1985.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 2 часть. - М.: Рольф, 2002. - 256 с.

6. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике: Типовые расчёты. - М., Высшая школа, 1983, 2005.
7. Справочное пособие по математическому анализу. Ряды. Функции нескольких переменных, кратные и криволинейные интегралы. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Головач Г.П. - Киев, Вища школа, 1979.
8. Данко П.Е., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть II. - М., Высшая школа, 1974.
9. И. А. Каплан. Практические занятия по высшей математике. Ч. 1-5. - Харьков, Издательство Харьковского университета, 1967-1972.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Перелік лекцій

Розділ 8. Кратні інтеграли	
Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування	
Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування	
1	Л-1. Задачі, що приводять до понять подвійного інтеграла. Означення подвійного інтеграла. Теореми існування. Основні властивості.
2	Л-2. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Узагальнені полярні координати.
3	Л-3. Задачі, що приводять до понять подвійного інтеграла. Означення подвійного інтеграла. Теореми існування. Основні властивості.
4	Л-4. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. СРС. Застосування кратних інтегралів.
Розділ 10. Спеціальні глави вищої математики	
Тема 10.1. Елементи теорії поля	
5	Л-5. Поняття поля. Скалярне поле. Поверхні рівня та лінії рівня. Похідна за даним напрямом. Градієнт скалярного поля: його координатне та інваріантне значення, властивості. Векторне поле. Векторні лінії та трубки.
Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли	
Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування	
6	Л-6. Задачі, що приводять до криволінійних інтегралів. Означення криволінійних інтегралів 1-го роду. Загальні властивості криволінійних інтегралів 1-го роду. Теорема про середнє для криволінійних інтегралів 1-го роду. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
7	Л-7. Означення криволінійних інтегралів 2-го роду, властивості. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування.
8	Л-8. Інтегрування повних диференціалів. Робота та циркуляція векторного поля. Потенціальні векторні поля. Теорема про роботу потенціального векторного поля. Необхідна і достатня умова потенціальності векторного поля. СРС. Застосування криволінійних інтегралів.
Розділ 7. Числові і функціональні ряди. Інтеграл і перетворення Фур'є	
Тема 7.1. Числові ряди	
9	Л-9. Числові ряди. Збіжність і сума числового ряду. Необхідна умова збіжності ряду. Властивості числових рядів. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння.
10	Л-10. Ознаки збіжності Даламбера і Коші. Інтегральна ознака Коші.
11	Л-11. Знакозмінні ряди. Теорема Лейбніца. Оцінка остатку знакозмінного ряду.
12	Л-12. Довільні числові ряди. Достатня умова збіжності довільного числового ряду. Абсолютна і умовна збіжності. Властивості абсолютно збіжних рядів. Оцінка залишку довільного числового ряду.
14	Л-14. Степеневі ряди. Перша теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності степеневих рядів. Друга теорема Абеля. Властивості степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розклад в степеневі ряди

	функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
15	Л-15. Обчислення тригонометричних функцій і логарифмів. Обчислення коренів. Наближене обчислення інтегралів. Наближене інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів. СРС Ряди Фур'є. Розклад в ряд Фур'є парних та непарних періодичних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Інтеграл і перетворення Фур'є

Перелік практичних занять

Розділ 8. Кратні інтеграли	
Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування	
Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування	
1	П-1. Подвійні інтеграли: означення, властивості. Обчислення подвійного інтегралу в декартових координатах. Видача РР-3.
2	П-2. Заміна змінних у подвійному інтегралі..
3	П-3. Потрійні інтеграли. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах.
4	П-4. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах.
Розділ 10. Спеціальні глави вищої математики	
Тема 10.1. Елементи теорії поля	
5	П-5. Скалярне поле. Похідна за даним напрямом. Градієнт, векторне поле. Захист РР-3.
Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли	
Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування	
6	П-6. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду та їх застосування.
7	П-7. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду та їх застосування.
8	П-8. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. КР - Криволінійні інтеграли 1) Теоретичне питання. 2) Обчислення криволінійного інтеграла I роду. 3) Обчислення криволінійного інтеграла II роду. 4) Знаходження функції за заданим повним диференціалом.
Розділ 7. Числові і функціональні ряди.	
Тема 7.1. Числові ряди	
9-10	П-9-10. Числові ряди. Ряди з додатними членами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера та радикальна Коші. Достатні умови збіжності рядів з додатними членами.
11	П-11. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца. Оцінка залишку ряду.
12	П-12. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінного ряду.
Тема 7.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди	
13	П-13. Функціональні ряди. Область збіжності. Рівномірна збіжність. Степеневі ряди. Інтервал збіжності. Розклад функцій в ряди Тейлора.
14	П-14. Застосування степеневих рядів. Обчислення значень функцій, інтегрування функцій та інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.
15	П-15. МКР. Числові та функціональні ряди. Структура роботи: 1. Теоретичне питання. 2. Приклад на дослідження збіжності ряду з додатними членами. 3. Приклад на абсолютну і умовну збіжність ряду. 4. Знаходження області збіжності степеневих рядів. 5. Приклад на застосування степеневих рядів.

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, виконання домашнього завдання, виконання розрахункової та індивідуальних домашніх робіт, також самостійне опрацювання тем, що не ввійшли до лекційного курсу (СРС).

Розділ 8. Кратні інтеграли	
Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування	
Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування	
1.	Застосування кратних інтегралів.
Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли	
Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування	
2.	Застосування криволінійних інтегралів.
Розділ 7. Числові і функціональні ряди	
Тема 7.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди	
3.	Ряди Фур'є. Розклад в ряд Фур'є парних та непарних періодичних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Інтеграл і перетворення Фур'є.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Відвідування занять

Відвідування лекцій, практичних занять та консультацій не оцінюється. Однак, студентам рекомендується їх відвідувати, оскільки на них викладається теоретичний та практичний матеріал, розвиваються навички, необхідні для виконання практичних завдань та успішного написання МКР, виконання розрахункової та самостійних робіт.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (згідно "Положення про систему забезпечення якості вищої освіти у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, “Положення про організацію навчального процесу”).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, виконання самостійних робіт (СР), захист РР, написання модульної контрольної роботи (МКР), виконання індивідуальних домашніх завдань (ІДЗ).

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр (на 8 та 14 тижнях) з метою підвищення якості навчання студентів та моніторингу виконання графіку освітнього процесу студентами

Атестація студентів проводиться за значенням поточного рейтингу студента на час атестації. Якщо значення цього рейтингу не менше 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано». Також не атестується студент у разі невиконання або не захисту хоча б однієї з частин РР, термін подання якої був до тижня проведення атестації, або не написав на позитивну оцінку всі, заплановані на цей час, частини КР.

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання студентів (PCO).

Рейтинг студента розраховується виходячи із 100-бальної шкали ($R = 100$), з них 50 балів складає стартова шкала ($R_C = 50$) та 50 балів - екзаменаційна шкала ($R_E = 50$).

Стартовий рейтинг R_C студента складається з балів R_K , що студент отримує протягом семестру з кожного контрольного заходу:

– модульний контроль (МК, ваговий бал – 24). МК проводиться у вигляді КР. КР може бути поділена на декілька КР (частин). Максимальна кількість балів в сумі за всі КР складає – 24 бали. Кількість КР, їх структура та критерії оцінювання завдань доводяться до студентів завчасно.

– розрахункова робота та її захист (РР+ЗРР, ваговий бал – 18). РР виконується студентом в позааудиторний час (8 балів). Захист РР оцінюється в 10 балів.

– експрес-контроль (ЕК, ваговий бал – 8). Робота на лекційних та практичних заняттях, виконання СР, ІДР, самостійна робота в позааудиторний час.

Сума вагових балів R_K з кожного контрольного заходу дорівнює розміру стартової шкали $R_C = \sum_K R_K = 50$. Значення стартової рейтингової оцінки R_C доводиться до студентів на останньому занятті.

В умовах дистанційного навчання поточний контроль здійснюється за тими ж напрямками: написання МКР, ІДР, РР+ЗРР, експрес-опитування, написання самостійних робіт, тощо, за тією ж шкалою оцінювання, але для більш об'єктивної оцінки викладач має право більше уваги приділити усному опитуванню та співбесіді зі студентом з поточної теми, що відповідно враховується при оцінюванні.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (14 балів), зарахування РР 12 (балів), семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Студенти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані до початку екзаменаційної сесії підвищити його, усунувши поточні заборгованості, що призвели до цього, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.

Екзаменаційна робота (ваговий бал - 50) проводиться відповідно до навчального плану у вигляді семестрового екзамену в терміни, встановлені графіком навчального процесу та в обсязі навчального матеріалу, визначеному робочою програмою дисципліни. Форма проведення семестрового контролю – комбінована, зміст і структура екзаменаційних білетів (контрольних завдань) та критерії оцінювання визначаються рішенням кафедри. На консультації доводяться до відома студентів правила проведення екзамену, критерії оцінювання, стартові рейтинги, а також зазначається, хто не допущений до екзамену і з якої причини. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу.

Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Після оцінювання відповідей студента на екзамені (виконання екзаменаційної контрольної роботи та відповідей на додаткові питання) викладач підраховує суму R_E балів з екзаменаційної роботи. Рейтинг R_E вважається позитивним, якщо студент отримав не менше $0,6R_E = 0,6 \cdot 50 = 30$ балів. Якщо студент отримав оцінку меншу 30 балів, то екзаменаційна робота оцінюється в 0 балів.

В умовах дистанційного навчання є можливим виставлення R_E за результатами поточного оцінювання у семестрі .

Таблиця відповідності рейтингових балів ($R = R_C + R_E$) оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають право і можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (детальніше: https://osvita.kpi.ua/2020_7-170, https://document.kpi.ua/files/2020_7-170.pdf).

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (детальніше: <https://kpi.ua/code>).

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

1. Дистанційне навчання:

В умовах дистанційного режиму організація освітнього процесу здійснюється з використанням технологій дистанційного навчання: система Електронний кампус, ресурси платформи дистанційного навчання «Сікорський», сервіс «Google Classroom». Для більш ефективної комунікації з метою розуміння структури навчальної дисципліни і засвоєння матеріалу використовуються сервіси для організації онлайн-конференцій та відеозв'язку (наприклад, «Zoom», «Skype», «Google Meet»), електронна пошта, месенджери (Viber, WhatsApp, Telegram, google документи).

2. Навчання в умовах правового режиму воєнного стану:

- передбачає проведення усіх видів занять дистанційно (з використанням синхронної або асинхронної моделі освітньої взаємодії), у відповідності до Регламенту організації освітнього процесу в дистанційному режимі та Положення про дистанційне навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського;
- кінцеві терміни виконання індивідуальних завдань і завдань самостійної роботи переносяться на кінець семестру (з обов'язковим виконанням і захистом);
- у рейтингову систему оцінювання вносяться зміни стосовно нарахування штрафних балів за не своєчасне виконання завдань: штрафні бали не нараховуються.

3. Для студентів існує можливість зарахування (у вигляді додаткових балів до рейтингу до 10 балів) сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою дисципліни.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

старшим викладачем кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, Веригіною Інною Вячеславівною.

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук Массалітіною Євгенією Вікторівною,

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 8 від 07.06.2022р.)

Погоджено Методичною комісією ТЕФ (протокол № 9 від 30.06.2022 р.)